

МІНІСТЕРСТВО ТРАНСПОРТУ ТА ЗВ'ЯЗКУ УКРАЇНИ
Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту
імені академіка В. Лазаряна

В І С Н И К

**Дніпропетровського
національного університету залізничного транспорту
імені академіка В. Лазаряна**

Випуск 15

Дніпропетровськ
2007

Редакційна колегія:

Головний редактор д-р техн. наук *Пишійко О. М.*
Заступник головного редактора д-р техн. наук *Мямлін С. В.*
Члени редколегії: д-р біолог. наук *Дворецький А. С.*;
д-ри техн. наук *Блохін С. П., Бобровський В. І., Боднар Б. Є., Босов А. А.,*
Браташ В. О., Вакуленко І. В., Гетьман Г. К., Дубинець Л. В.,
Жуковицький І. В., Заблудовський В. О., Загарій Г. І., Казакевич М. І.,
Колесов С. М., Коротенко М. Л., Костін М. О., Курган М. Б.,
Петренко В. Д., Пунагін В. М., Радкевич А. В., Разгонов А. П., Рибкін В. В.,
Скалозуб В. В., Хандецький В. С., Шафіт Є. М.;
д-ри фіз.-мат. наук *Гаврилюк В. І., Кравець В. В.*;
д-ри хім. наук *Біляєв М. М., Нейковський С. І., Федін О. В.*;
д-ри екон. наук *Бабіч В. П., Драгун Л. М., Зайцева Л. М.*
Крамаренко В. Д., Покотілов А. А.;
Відповідальний секретар канд. техн. наук *Корженевич І. П.*

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації КВ № 7704.
Видане Державним комітетом телебачення і радіомовлення України 08.08.2003 р.

Друкується за рішенням вченої ради Дніпропетровського національного університету
залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна від 27.03.2007, протокол № 10

Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка
В53 В. Лазаряна. – Вип. 15. – Д.: Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна,
2007. – 271 с.

У статтях наведені наукові дослідження, виконані авторами в Дніпропетровському національному університеті залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна та інших організаціях. Статті присвячені вирішенню актуальних питань залізничного транспорту за такими напрямками: автоматизовані системи керування на транспорті, економіка транспорту, електричний транспорт, залізнична колія, моделювання задач транспорту та економіки, ремонт та експлуатація засобів транспорту, рухомий склад і тяга поїздів, транспортне будівництво.

Вісник становить інтерес для працівників науково-дослідних організацій, викладачів вищих навчальних закладів, докторантів, аспірантів, магістрантів та інженерно-технічних працівників.

В статтях отражены научные исследования, выполненные авторами в Днепропетровском национальном университете железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна и других организациях. Статьи посвящены решению актуальных вопросов железнодорожного транспорта по следующим направлениям: автоматизированные системы управления на транспорте, экономика транспорта, электрический транспорт, железнодорожный путь, моделирование задач транспорта и экономики, ремонт и эксплуатация транспортных средств, подвижной состав и тяга поездов, транспортное строительство.

Вестник представляет интерес для работников научно-исследовательских организаций, преподавателей высших учебных заведений, докторантов, аспирантов, магистрантов и инженерно-технических работников.

ББК 39.2

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЛАНА СУЩЕСТВУЮЩЕГО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ПУТИ

Запропонована математична модель плану існуючої залізничної колії, що має вищу точність в порівнянні з традиційною.

Предложена математическая модель плана существующего железнодорожного пути, имеющая более высокую точность по сравнению с традиционной.

The article offers a mathematical model of the plan of existing railway track with higher accuracy as compared to the traditional one.

При различных расчетах выправки (переустройства) плана большую роль играет математическое представление существующего пути. Уже почти 100 лет в качестве такой модели используется представление кривизны отдельных точек пути в виде кривизны отрезка круговой кривой, проходящей через три соседних точки. К сожалению, такой подход использован даже в работах, в которых рассматриваются достаточно серьезные математические модели [1].

При такой модели план представляется пересекающимися отрезками круговых кривых (рис. 1).



Рис. 1. Традиционная модель существующей кривой

Простота такого подхода облегчает расчеты кривизны существующего пути, но приводит к существенным погрешностям модели, которые проявляются на участках изменения кривизны. Особенно велики такие погрешности в начале и в конце переходных кривых (рис. 2).

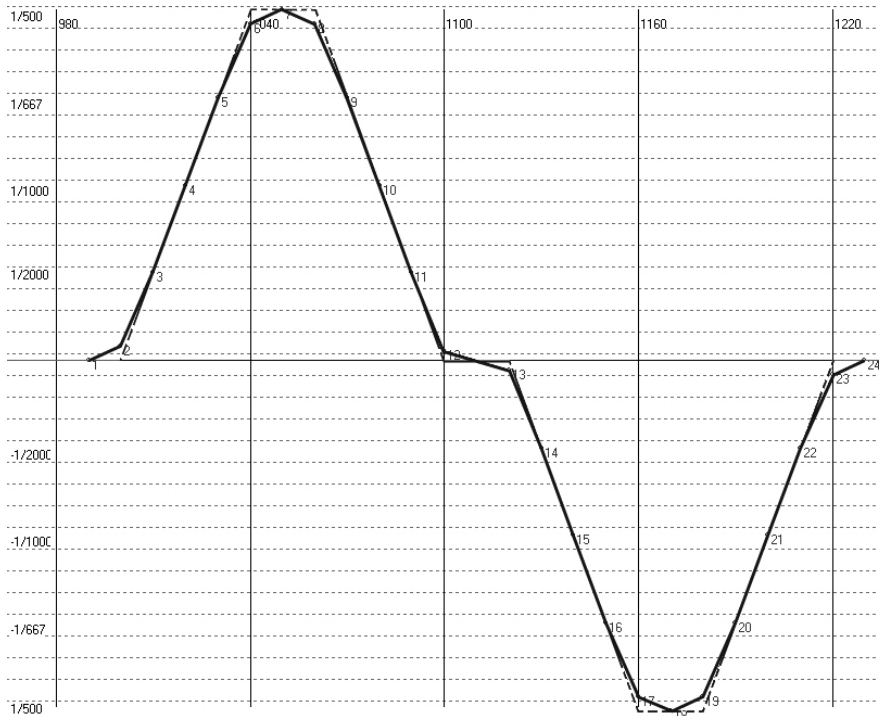


Рис. 2. Кривизна истинная (пунктир) и в соответствии с моделью

Учитывая, что в абсолютном большинстве случаев сегодня расчеты выправки выполняются на компьютерах, требование простоты моделей отступает на второй план.

Автор исследовал возможности применения в качестве модели кривых второго порядка (как известно [2], кривая второго порядка обязательно проходит через 5 точек) и кубической параболы. Решения, получающиеся для таких моделей, ведут себя нустойчиво и неприменимы для автоматического применения.

В последнее время в различных инженерных задачах широко используются сплайны [3–5]. Анализ сплайновых моделей показал, что для математического описания плана существующего пути наилучшим образом подходят кубические параметрические сплайны специального вида. Для простоты последующей математической обработки такой сплайн в диапазоне между точками i и $i+1$ запишем в следующем виде:

$$Y(t) = \omega_i Y_{i+1} + \bar{\omega}_i Y_i + l_i^2 \left[(\omega_i^3 - \omega_i) \gamma_{i+1} + (\bar{\omega}_i^3 - \bar{\omega}_i) \gamma_i \right],$$

$$X(t) = \omega_i X_{i+1} + \bar{\omega}_i X_i + l_i^2 \left[(\omega_i^3 - \omega_i) \delta_{i+1} + (\bar{\omega}_i^3 - \bar{\omega}_i) \delta_i \right],$$

где X_i, Y_i – координаты i -й точки;

$$\omega = \frac{t - t_i}{l_i};$$

$l_i = R(i, i+1)$ – расстояние между точками i и $i+1$; $t_1 = 0$; $t_i = t_{i-1} + l_{i-1}$; δ_i, γ_i – коэффициенты сплайна.

Коэффициенты сплайна определяются из условий равенства в точках пути координат, а также первой и второй производных. Вторые производные в первой и последней точках принимаются равными нулю.

Полученная трехдиагональная матрица легко решается. В результате план пути описывается параметрическим кубическим сплайном, что позволяет определять кривизну и находить векторы нормалей в отдельных точках. Для этого необходимо найти первые и вторые производные:

$$\dot{X} = \frac{X_{i+1} - X_i}{l_i} + l_i \left[(3\omega_i^2 - 1) \delta_{i+1} - (3\bar{\omega}_i^2 - 1) \delta_i \right]$$

$$\dot{Y} = \frac{Y_{i+1} - Y_i}{l_i} + l_i \left[(3\omega_i^2 - 1) \gamma_{i+1} - (3\bar{\omega}_i^2 - 1) \gamma_i \right]$$

$$\ddot{X} = 6\omega_i \delta_{i+1} + 6\bar{\omega}_i \delta_i$$

$$\ddot{Y} = 6\omega_i \gamma_{i+1} + 6\bar{\omega}_i \gamma_i.$$

Координаты центра кривизны и саму кривизну можно найти по известным [2] формулам:

$$X_c = X - \frac{\dot{Y} (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2)}{\dot{X}\ddot{Y} - \dot{Y}\ddot{X}}$$

$$Y_c = Y + \frac{\dot{X} (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2)}{\dot{X}\ddot{Y} - \dot{Y}\ddot{X}}$$

$$k = -\frac{\dot{X}\ddot{Y} - \dot{Y}\ddot{X}}{\sqrt{(\dot{X}^2 + \dot{Y}^2)^3}}.$$

Зная коэффициенты сплайна, можно также достаточно точно рассчитывать кривизну, вектора нормалей и координаты промежуточных точек на плане существующего пути, что позволяет решать ряд дополнительных задач при проектировании выправки (переустройства) плана.

Данная модель плана существующего пути в виде кубического параметрического сплайна реализована в программе проектирования переустройства плана RWPlan 1.2.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дюнин А. К. Аналитический метод проектирования переустройства железнодорожного пути в плане / А. К. Дюнин, А. И. Проценко. – Новосибирск: Изд-во НИИЖТ. – 1967. – 226 с.
2. Корн Г. Справочник по математике / Корн Г., Корн Т. – М.: Наука. – 1973. – 832 с.
3. Алберг Дж. Теория сплайнов и ее приложения / Алберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж. – М.: Мир, 1972. – 316 с.
4. Игнатов М. И. Натуральные сплайны многих переменных / М. И. Игнатов, А. Б. Певный. – Л.: Наука. 1991. – 125 с.
5. Голованов Н. Н. Геометрическое моделирование. – М.: Изд-во физико-математической литературы. – 2002. – 472 с.

Поступила в редколлегия 12.09.2006.

Наукове видання

В І С Н И К

Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна

Випуск 15

Українською, російською та англійською мовами

Відповідальний за випуск *І. П. Корженевич*

Комп'ютерна верстка *Я. І. Заїць*

Коректори *Т. В. Щепоткіна, Т. В. Мацкевич, М. О. Долгов*

Здано до набору 27.03.2007. Підписано до друку 06.04.2007. Формат 60×84 1/8.

Папір офсетний. Друк офсетний. Умов. друк. арк. 28,03.

Обл.-вид. арк. 29,04. Тираж 100 прим. Замовлення № 1014. Видавн. № 89.

Видавництво Дніпропетровського національного університету залізничного
транспорту імені академіка В. Лазаряна. ДК № 1315 від 31.03.2003

Адреса видавництва та дільниці оперативної поліграфії:
49010, Дніпропетровськ, вул. Лазаряна, 2, www.diitrvv.dp.ua, admin@diitrvv.dp.ua